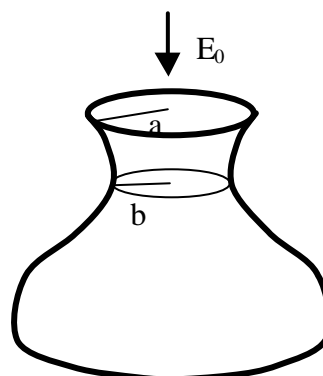


**Lliçó 4. Llei de Gauss: conductors i dielèctrics**

1. Una esfera metàl·lica sense càrrega neta es troba suspesa d'una corda aïllant en una regió en la qual existeix un camp elèctric. Abans que es col·loqués l'esfera el camp era uniforme i apuntava verticalment cap amunt:  $\mathbf{E}_0 = E_0\mathbf{j}$ . S'acumularà càrrega en excés en algun punt de l'esfera? Si és així, on s'acumularà i amb quin signe? Quina contribució tindrà la càrrega acumulada al camp elèctric a l'interior de l'esfera? Es comportarà de manera diferent una closca esfèrica metàl·lica? [Ge]

2. Un conductor de forma irregular té un buit també irregular que conté una partícula amb càrrega  $q = +10 \text{ nC}$ . Quina càrrega apareix sobre la superfície interior del conductor? I sobre la superfície exterior? Suposeu que la càrrega es mogui a una altra posició dins el buit, es veuran afectats els valors de les càrregues que hi ha sobre les superfícies interior i exterior del conductor? Es veuran afectades les densitats superficials de càrrega en punts de les superfícies interior i exterior? Es veurà afectat el camp dins i fora del conductor? [Ge]

3. Quant val el flux d'un camp elèctric vertical  $\mathbf{E}_0$  uniforme a través de la superfície dibuixada en la figura, en la qual  $a$  és el radi de l'obertura i  $b$  el del coll? [Ge]



Sol.:  $\pi a^2 E_0$

4. (a) Quant val el flux del camp uniforme  $\mathbf{E} = (-240 \text{ N/C})\mathbf{i} + (-160 \text{ N/C})\mathbf{j} + (+390 \text{ N/C})\mathbf{k}$  a través d'una superfície plana amb  $D\mathbf{S} = (-1.1 \text{ m}^2)\mathbf{i} + (4.2 \text{ m}^2)\mathbf{j} + (2.4 \text{ m}^2)\mathbf{k}$ ? (b) Quina és la projecció de  $D\mathbf{S}$  sobre el pla normal a  $\mathbf{E}$ ? (c) Quin és l'angle entre  $D\mathbf{S}$  i  $\mathbf{E}$ ? [Ge]

5. Un cilindre de longitud 12 m i radi 6 cm té una densitat uniforme de càrrega  $\rho = 300 \text{ nC/m}^3$ . (a) Quina és la càrrega total del cilindre? Determineu el camp elèctric en (b)  $r = 2 \text{ cm}$ , (c)  $r = 5.9 \text{ cm}$ , (d)  $r = 6.1 \text{ cm}$  i (e)  $r = 10 \text{ cm}$ . [Ti]

Sol.: (a) 40.7 nC, (b) 339 N/C, (c) 1000 N/C, (d) 1000 N/C, (e) 610 N/C.

6. El camp elèctric just per sobre de la superfície de la Terra, mesurat experimentalment, és de 150 N/C i cap avall. Quina càrrega total sobre la Terra està implicada en aquesta mesura? [Ti]

Sol.:  $6.77 \cdot 10^5 \text{ C}$ .

7. En una regió particular de l'atmosfera terrestre s'ha mesurat el camp elèctric sobre la superfície de la Terra, resultant ser de 150 N/C a una altitud de 250 m i de 170 N/C a 400 m, en ambdós casos cap avall. Calculeu la densitat de càrrega volumètrica de l'atmosfera suposant que és uniforme entre 250 i 400 m. (Es pot menysprear la curvatura de la Terra. Per què?) [Ti]

Sol.:  $-1.18 \cdot 10^{-12} \text{ C/m}^3$

8. (a) Determineu la densitat de càrrega superficial màxima  $s_{m\grave{a}x.}$ , que pot existir sobre un conductor abans que es produeixi la ruptura dielèctrica de l'aire. (b) Si una esfera conductora s'ha de carregar amb un potencial de 10000V, quin és el radi més petit possible per a l'esfera, per què el camp elèctric no superi la ruptura dielèctrica de l'aire? Preneu com a referència pel càlcul del potencial  $V=0$  quan  $r=\infty$ . Límit de ruptura dielèctrica de l'aire 3 MV/m.

Sol.: (a)  $26,6\mu\text{C}/\text{m}^2$ ; (b) 3,33 mm.

9. Una esfera massissa no conductora de radi  $R$  té una densitat de càrrega volumètrica proporcional a la distància des del centre  $\rho = Ar$  per a  $r \leq R$ ,  $\rho = 0$  per a  $r > R$ , essent  $A$  una constant. (a) Trobeu la càrrega total sumant les càrregues en escorces de gruix  $dr$  i volum  $4\pi r^2 dr$ . (b) Trobeu el camp elèctric  $E_r$ , tant a l'interior com a l'exterior de la distribució de càrrega i representeu  $E_r$  en funció de  $r$ . [Ti]

Sol.: (a)  $\frac{4}{3}\pi AR^4$ , (b)  $E_{\text{int}}=Ar^2/4\epsilon_0$ , (c)  $E_{\text{ext}}=AR^4/4\epsilon_0 r^2$

10. Una làmina conductora quadrada amb costats de 5 m és portadora d'una càrrega neta de  $80 \mu\text{C}$ . (a) Determineu la densitat de càrrega sobre cada cara de la làmina, i el camp elèctric just a l'exterior d'una cara de la làmina. (b) La làmina es col·loca a la dreta d'un pla infinit no conductor, carregat amb una densitat de  $2.0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ , de manera que les cares de la làmina són paral·leles al pla. Determineu el camp elèctric sobre cada cara de la làmina lluny de les vores, i la densitat de càrrega sobre cada cara. [Ti]

Sol.: (a)  $1.6 \mu\text{C}/\text{m}^2$ ,  $1.81 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ ; (b)  $6.78 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ ,  $2.94 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ ,  $0.6 \mu\text{C}/\text{m}^2$ ,  $2.6 \mu\text{C}/\text{m}^2$ .

11. Supposeu que es punxa un petit orifici a través de la paret d'una closca esfèrica prima carregada uniformement amb una densitat  $s$ . Determineu el camp elèctric en els punts propers a l'orifici. [Ti]

Sol.:  $s/2\epsilon_0$

12. Un model atòmic té una càrrega nuclear puntual positiva  $+Ze$  inclosa en una esfera electrònica rígida de radi  $R$  de càrrega total  $-Ze$ , distribuïda uniformement per tota l'esfera. (a) En un camp elèctric extern nul, on es troba la posició d'equilibri de la càrrega puntual nuclear? (b) Si hi ha camp elèctric extern  $E_0$ , on està la posició d'equilibri de la càrrega puntual nuclear, respecte al centre de l'esfera electrònica carregada negativament? (c) Quin és el moment dipolar elèctric induït pel camp  $E_0$  per a aquest model atòmic? [Ti]

Sol.: (a) centre, (b)  $d = 4\pi\epsilon_0 R^3 E_0 (Ze)^{-1}$ , (c)  $P = 4\pi\epsilon_0 R^3 E_0$